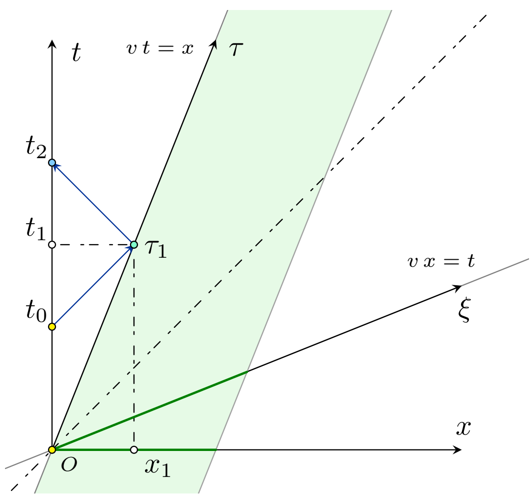
Javorniški Mesečnik

Interno glasilo Astronomskega društva Javornik
www: http://www.adj.si, email: info@adj.si

Številka 169, Letnik XV, Februar 2014
ISSN 1581-1379

Svet Minkowskega

Herman Minkowski (1864–1909) je leta 1908 razvil predstavitev prostora časa, ki je danes znana pod imenom svet Minkowskega. S pomočjo tega je mogoče kvantitativno predstaviti pojave posebne teorije relativnosti, kot je razteg časa in skrčitev dolžin.



Svet Minkowskega si bomo ogledali na najpreprostejšem možnem primeru, z eno časovno in eno prostorsko dimenzijo. Predstavili ga bomo v ravnini, kjer je navpična os časovna os in vodoravna os je prostorska os. Točke v tem svetu bomo imenovali dogodke. Vsak dogodek je določen s prostorsko koordinato x (kje?) in časovno koordinato t (kdaj?).

Delec v tem svetu predstavlja krivulja, ki se imenuje svetovnica delca. Vsaka točka krivulje predstavlja dogodek, da se je delec v danem času nahajal na določenem mestu. Zaradi preglednosti bomo časovno koordinato t spremenili v ct (c je svetlobna hitrost), da bomo čas in razdalje merili z enakimi enotami. Pot svetlobnega žarka v tem svetu teče vzdolž premic, ki so vzporedne z $x = ct$ ali $x = -ct$ odvisno od tega, ali žarek potuje v smeri pozitivnega poltraka osi x, oziroma v nasprotni smeri. Naredimo še korak naprej in označimo časovno koordinato ct kar s t, torej bo v našem svetu svetlobna hitrost enaka 1. Hitrosti bomo merili v deležih svetlobne hitrosti.

Edina komunikacija znotraj tega sveta je s pomočjo signalov, ki potujejo s svetlobno hitrostjo. Koliko sta dva dogodka narazen in kaj sploh pomeni razdalja v tem svetu? Vemo, da je razdalja med dogodki na osi x enaka prostorski oddaljenosti. Enako lahko rečemo, da so dogodki na časovni osi med seboj oddaljeni le po času. Kaj pa vmes? Kako meriti razdalje v svetu, kjer je vse relativno. Le svetovnice svetlobnih žarkov so za vse opazovalce enake. Te tečejo po premicah, ki sekajo prostorsko os pod kotom 45° ali 135°, odvisno od tega ali gre žarek v smeri pozitivne ali negativne prostorske osi. Razdalja med dvema dogodkoma bi morala biti neodvisna od opazovalca. Oba Alenka in Branko morata izmeriti enako razdaljo med dvema dogodkoma.

Minkowski je definiral razdaljo med dvema dogodkoma z lastnim časom takole: razdalja med dvema dogodkoma je enaka lastnemu času opazovalca, ki se giblje enakomerno in začne potovanje v prvem in ga konča v drugem dogodku. Kaj je z lastnim časom svetlobnega žarka. Iz primera z Alenko v vlaku in Brankom na postaji opisanim v prejšnjem mesečniku, lahko zaključimo, da bi v primeru, ko se Alenkin vlak giblje s svetlobno hitrostjo iz Brankovega stališča, njen čas ustavi. Torej čas svetlobnemu žarku stoji. Razdalja med dvema točkama na premicah, ki sekajo os x pod kotom 45° ali 135° je enaka nič.

Sedaj pa poglejmo še enkrat primer z Brankom in Alenko s stališča sveta Minkowskega. Branko stoji na postaji, ko se mimo pripelje vlak z Alenko. Ta dogodek bomo postavili v izhodišče koordinatnega sistema v katerem miruje Branko, hkrati pa bo to tudi izhodišče Alenkinega koordinatnega sistema (vlaka), v katerem miruje Alenka. Na sliki je svetovnica vagona v katerem se nahaja Alenka, predstavljena z območjem med dvema vzporednicama, svetovnicama sprednje in zadnje točke vagona.

Postavimo se v Brankov koordinatni sistem. Njegova časovna os je navpična prostorska pa vodoravna. Ker Branko v svojem sistemu miruje, njegova svetovnica teče po časovni osi njegovega koordinatnega sistema. Alenka in Branko sta se srečala v izhodišču obeh koordinatnih sistemov. Kakšna je svetovnica Alenke. Ona tudi miruje v svojem koordinatnem sistemu torej tudi njena svetovnica teče po časovni osi njenega koordinatnega sistema. Kateri dogodki sestavljajo Alenkino svetovnico? Alenka se giblje enakomerno s hitrostjo v glede na Branka, torej je njena svetovnica premica $vt = x$ v Brankovem sistemu. Hitrost merimo v deležih svetlobne hitrosti, čas pa v ct, kot smo že omenili zgoraj. Alenka in Branko sta se že prej domenila, da bosta na poti izmenjala svetlobna signala. Nekaj časa zatem v času t_0, ko se Alenkin vlak zapelje mimo, Brankove postaje, Branko pošlje Alenki svetlobni signal. Ta mu takoj, ko ga je sprejela, vrne nazaj. Alenkin signal je Branko prejel v času t_2. Branko izračuna, da je Alenka sprejela njegov signal, ko je njemu ura kazala čas $t_1 = (t_0 + t_2)/2$. To je časovna koordinata (v Brankovem sistemu) dogodka na presečišču Alenkine svetovnice in svetovnice svetlobnega žarka, ki se začne v točki t_0. To je presečišče premic $x = vt$ in $t = x + t_0$. Torej $t_1 = vt_1 + t_0$ oziroma

$$t_1 = \frac{t_0}{1-v}.$$

Čas t_2, ko Branko sprejme signal pa je enak

$$t_2 = 2t_1 - t_0 \rightarrow t_2 = t_0\left(\frac{2}{1-v} - 1\right) \rightarrow t_2 = t_0\frac{1+v}{1-v}. \quad (1)$$

Vabimo vas na

OBČNI ZBOR AD JAVORNIK ZA LETO 2014

Občni zbor bo v torek 25. 02. 2014 ob 18^h v predavalnici P-3/1 Fakultete za matematiko in fiziko, Jadranska 19, v Ljubljani.

Dnevni red:

1. ugotavljanje prisotnosti
2. izvolitev delovnega predsedstva,
3. poročilo o delu društva za 2013, finančno poročilo, poročilo nadzornega odbora, poročilo častnega sodišča, poslovanje društva za leto 2013 – AJPES
4. razprava o poročilih
5. potrditev poročil
6. plan dela in denarnih sredstev društva za leto 2014
7. potrditev plana
8. določitev višine članarine za leto 2014
9. razno

predsednik društva, dr. Borut Jurčič Zlobec

V A B I L O

Vabimo vas na mesečni sestanek, ki bo v torek 18. 02. 2014 ob 18^h v predavalnici F3 Fakultete za matematiko in fiziko, Jadranska 19, v Ljubljani. Glavni del sestanka bo predavanje:

Kaj je znotraj črne luknje?

dr. Borut Jurčič Zlobec

Črna luknja je naravni laboratorij, kjer se stikata kvantna mehanika in gravitacija. Kaj je znotraj črne luknje je tema kvantne teorije gravitacije.

Vabljeni!
Bernard Ženko

Dodatne informacije o tem in preteklih predavanjih najdete na `http://www.adj.si`.

Kolikšen je bil Alenkin lastni čas, ko je sprejela signal. Alenkina ura je kazala čas $\tau_1 = k\,t_0$, kjer faktorja k še ne poznamo. Ker je njun položaj simetričen, bomo na povratku dobili čas, ki je enak Alenkinem času pomnoženim z enakim faktorjem, $t_2 = k\tau_1$. Od tod sledi, da je

$$k^2 = \frac{1+v}{1-v} \to t_2 = \tau_1\sqrt{\frac{1+v}{1-v}}. \qquad (2)$$

Čas t_1 v Brankovem sistemu se izraža z Alenkinim lastnim časom τ_1 (to je časom, ko je sprejela signal), takole:

$$t_2 = 2t_1 - t_1(1-v) = t_1(1+v) \to t_1 = \tau_1\sqrt{\frac{1+v}{1-v}}\frac{1}{1+v} \to$$

$$\tau_1 = t_1\sqrt{1-v^2}. \qquad (3)$$

Dobili smo zvezo, ki smo jo že enkrat srečali. Koordinati dogodka, ko je Alenka sprejela signal v Brankovem sistemu, sta (t_1, x_1), kjer je $x_1 = vt_1$. Gornjo zvezo lahko zapišemo v obliki "Pitagorjevega" izreka v prostoru Minkowskega:

$$\tau_1^2 = t_1^2 - x_1^2 \qquad (4)$$

Vsak opazovalec, ki se giblje enakomerno premočrtno, bi seveda izračunal v svojem koordinatnem sistemu enak Alenkin lastni čas.

V posebni teoriji relativnosti moramo poleg absolutnosti časa, žrtvovati tudi absolutnost istočasnosti dogodkov. Dva dogodka, ki sta istočasna stališča enega opazovalca nista nujno istočasna za drugega. O tem pa prihodnjič.

Borut Jurčič Zlobec